

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة الاستدراكية 2021  
- الموضوع -

الجمهورية المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
وتكوين الحرف  
والتعليم العالي والبحث العلمي  
المركز الوطني للتقويم والامتحانات



المركز الوطني للتقويم والامتحانات



SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS

RS 22

3h

مدة الإنجاز

الرياضيات

المادة

7

المعامل

شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض  
ومسلك العلوم الزراعية

الشعبة أو المسلك

### تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

### مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

|       |                                |                |
|-------|--------------------------------|----------------|
| 4 نقط | المتتاليات العددية             | التمرين الأول  |
| 5 نقط | الأعداد العقدية                | التمرين الثاني |
| 3 نقط | الدوال العددية                 | التمرين الثالث |
| 8 نقط | دراسة دوال عددية وحساب التكامل | المسألة        |

• ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري

| الصفحة   | RS 22  | الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2021 - الموضوع<br>- مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية | ∞ |
|--|--|---|---|
| 2  |  |   |   |
| 3  |  |   |   |
| <b>التمرين الأول (4 نقط):</b>  |  |   |   |
| <p>نعتبر المتتالية <math>(u_n)</math> المعرفة بما يلي: <math>u_0 = \frac{1}{3}</math> و <math>u_{n+1} = \frac{1+u_n}{3-u_n}</math> لكل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math></p> |  |   |   |
| 1  | بين أن لكل $n$ من $\mathbb{N}$ لدينا $0 < u_n < 1$   | 0.5   |   |
| 2  | أ) بين أن لكل $n$ من $\mathbb{N}$ لدينا $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)^2}{3 - u_n}$  | 0.5   |   |
|  | ب) بين أن المتتالية $(u_n)$ متقاربة.   | 0.5   |   |
| 3  | نضع لكل $n$ من $\mathbb{N}$ $v_n = \frac{1}{1 - u_n}$  |   |   |
| أ)   | بين أن $(v_n)$ متتالية حسابية محددًا أساسها وحدها الأول .  | 0.75  |   |
| ب)   | حدد $v_n$ بدلالة $n$ ، واستنتج أن $u_n = \frac{n+1}{n+3}$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$ .  | 0.75  |   |
| ج)   | احسب نهاية المتتالية $(u_n)$   | 0.5   |   |
| 4  | انطلاقًا من أية قيمة للعدد $n$ يكون $u_n \geq \frac{1011}{1012}$ ؟   | 0.5   |   |
| <b>التمرين الثاني (5 نقط) :</b>  |  |   |   |
| 1  | حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 6z + 13 = 0$   | 0.75  |   |
| 2  | في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط $A$ و $B$ و $C$ التي ألقاها على التوالي هي $a$ و $b$ و $c$ حيث $a = 3 + 2i$ و $b = 3 - 2i$ و $c = -1 - 2i$ |   |   |
| أ)   | اكتب $\frac{c-b}{a-b}$ على الشكل المثلثي .   | 0.5   |   |
| ب)   | استنتج طبيعة المثلث $ABC$  | 0.5   |   |
| 3  | ليكن $R$ الدوران الذي مركزه $B$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ، ولتكن $M$ نقطة من المستوى لحقها $z$ و $M'$ التي لحقها $z'$ صورة النقطة $M$ بالدوران $R$ ، ولتكن $D$ النقطة التي لحقها $d = -3 - 4i$          |   |   |
| أ)   | اكتب $z'$ بدلالة $z$   | 0.5   |   |
| ب)   | تحقق أن النقطة $C$ هي صورة النقطة $A$ بالدوران $R$   | 0.25  |   |
| 4  | أ) بين أن النقط $A$ و $C$ و $D$ مستقيمية.  | 0.5   |   |
| ب)   | حدد نسبة التحاكي $h$ الذي مركزه $C$ ويحول $A$ إلى $D$ .  | 0.5   |   |
| ج)   | حدد اللق $m$ للنقطة $E$ بحيث يكون الرباعي $BCDE$ متوازي أضلاع.   | 0.5   |   |
| 5  | أ) بين أن $\frac{d-a}{m-b}$ عدد حقيقي.   | 0.5   |   |
| ب)   | استنتج أن الرباعي $ABED$ شبه منحرف متساوي الساقين.   | 0.5   |   |

| الصفحة  | RS 22 | الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2021 - الموضوع<br>- مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية | ∞ |
|---|-------|---|---|
| 3   | 3     |   |   |
| <b>التمرين الثالث (3 نقط) :</b>   |       |   |   |
| نعتبر الدالة $h$ المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي $h(x) = x + \ln x$            |       |   |   |
| 0.5   | (1)   | بين أن الدالة $h$ تزايدية قطعاً على $]0; +\infty[$  |   |
| 0.5   | (2)   | حدد $h(]0; +\infty[)$   |   |
| 0.5   | (3)   | أ) استنتج أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً $\alpha$ في $]0; +\infty[$  |   |
| 0.5   | (ب)   | أثبت أن $0 < \alpha < 1$  |   |
| 0.5   | (4)   | أ) تحقق أن $h\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \alpha + \frac{1}{\alpha}$   |   |
| 0.5   | (ب)   | استنتج أن $h\left(\frac{1}{\alpha}\right) > 2$  |   |
| <b>مسألة (8 نقط):</b>   |       |   |   |
| نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x) = 2 - xe^{-x+1}$ |       |   |   |
| ليكن $(C)$ منحنى $f$ في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة: 1cm)   |       |   |   |
| 0.5   | (1)   | احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وأول النتيجة هندسياً .   |   |
| 0.5   | (2)   | أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$   |   |
| 0.75  | (ب)   | بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ ثم أول النتيجة هندسياً .   |   |
| 0.75  | (3)   | أ) بين أن لكل $x$ من $\mathbb{R}$ لدينا $f'(x) = (x-1)e^{-x+1}$   |   |
| 0.5   | (ب)   | ضع جدول تغيرات الدالة $f$   |   |
| 0.5   | (4)   | أ) احسب $f''(x)$ لكل $x$ من $\mathbb{R}$  |   |
| 0.5   | (ب)   | بين أن المنحنى $(C)$ يقبل نقطة انعطاف أفصولها 2   |   |
| 1   | (5)   | أنشئ المنحنى $(C)$ في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (نأخذ $f(2) = 1,25$ )  |   |
| 0.5   | (6)   | حدد القيمة الدنيا للدالة $f$ واستنتج أن لكل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $e^{x-1} \geq x$  |   |
| 0.5   | (7)   | أ) باستعمال مكاملة بالأجزاء، احسب: $\int_0^2 xe^{-x} dx$  |   |
| 0.5   | (ب)   | استنتج أن: $\int_0^2 f(x) dx = 4 - e + 3e^{-1}$   |   |
| 0.5   | (8)   | لتكن $g$ قصور الدالة $f$ على المجال $]-\infty, 1]$  |   |
| 0.5   | (أ)   | بين أن الدالة $g$ تقبل دالة عكسية $g^{-1}$ معرفة على مجال $J$ يتم تحديده .  |   |
| 0.75  | (ب)   | أنشئ المنحنى الممثل للدالة $g^{-1}$ في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$   |   |
| 0.25  | (ج)   | انطلاقاً من المنحنى الممثل للدالة $g^{-1}$ ، حدد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{g^{-1}(x)}{x} \right)$  |   |