

ARITHMÉTIQUE

I – Diviseurs d'un nombre



Méthode (DRESSER LA LISTE DES DIVISEURS D'UN NOMBRE)

1. On commence par tracer un trait vertical et on écrit 1 dans la colonne de gauche et le nombre dans la colonne de droite.
2. On essaye de diviser ce nombre par 2 : si le quotient est entier, alors on écrit 2 à gauche et le quotient à droite.
3. On recommence l'étape précédente avec 3, puis avec 4, etc.
4. On s'arrête dès que le nombre par lequel on essaye de diviser se trouve déjà dans la colonne de droite.

Exemple : Pour trouver tous les diviseurs de 63, on procède de la manière suivante :

- ◇ L'étape 1 ne pose en principe pas de soucis.
- ◇ $63 \div 2 = 31,5$ qui n'est pas entier : on passe donc à 3.
- ◇ $63 \div 3 = 21$ qui est entier : on écrit donc 3 à gauche et le quotient 21 à droite.
- ◇ $63 \div 4$, $63 \div 5$, $63 \div 6$ (et $63 \div 8$) ne donnent pas de quotients entiers.
- ◇ $63 \div 7 = 9$, donc on écrit 7 à gauche et le quotient 9 à droite.
- ◇ On essaye alors de diviser par 9 qui est déjà dans la colonne de droite : ce n'est donc pas nécessaire, on a tous les diviseurs de 63.

$$\begin{array}{l|l} 1 & 63 \\ 3 & 21 \\ 7 & 9 \end{array}$$

Réponse : les diviseurs de 63 sont 1; 3; 7; 9; 21 et 63. ← On recopie la liste en écrivant les nombres des 2 colonnes dans l'ordre.

■ **EXERCICE :** Trouver tous les diviseurs de 360, puis ceux de 47.

Solution :

Pour 360, on trouve $360 \div 1 = 360$, $360 \div 2 = 180$, $360 \div 3 = 120$, $360 \div 4 = 90$, $360 \div 5 = 72$, $360 \div 6 = 60$, $360 \div 8 = 45$, $360 \div 9 = 40$, $360 \div 10 = 36$, $360 \div 12 = 30$, $360 \div 15 = 24$ et $360 \div 18 = 20$. Le nombre suivant à tester est 20 qui est déjà dans la colonne de droite, donc on s'arrête.

Les diviseurs de 360 sont donc : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180 et 360.

En revanche, les diviseurs de 47 sont peu nombreux : 1 et 47 seulement...

$$\begin{array}{l|l} 1 & 360 \\ 2 & 180 \\ 3 & 120 \\ 4 & 90 \\ 5 & 72 \\ 6 & 60 \\ 8 & 45 \\ 9 & 40 \\ 10 & 36 \\ 12 & 30 \\ 15 & 24 \\ 18 & 20 \end{array} \quad \begin{array}{l|l} & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ 1 & 47 \end{array}$$

**Remarques**

- Pour écrire la liste des diviseurs, il suffit d'aller de haut en bas dans la colonne de gauche et continuer de bas en haut dans celle de droite.
- Lorsqu'un nombre est le carré d'un autre ($64 = 8 \times 8 = 8^2$), ce dernier apparaîtra 2 fois dans le tableau, mais il ne faudra l'écrire qu'une seule fois dans la liste.

Oral :

–

En classe :

–

À la maison :
Donner la liste des diviseurs de :
8; 15; 21; 19; 36; 35.

II – Nombres premiers

1. Définition

Définition

Un **nombre premier** est un nombre qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Exemples :

- ◇ Les nombres 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97 sont tous les nombres premiers inférieurs à 100. Nous avons déjà rencontré 47...
- ◇ 15 n'est pas un nombre premier car il est certes divisible par 1 et lui-même, mais aussi par 3 ou 5.
- ◇ 12 n'est pas non plus un nombre premier car il est pair (donc aussi dans la table de 2)...
- ◇ 121 n'est pas un nombre premier car ses diviseurs sont 1, 11 et 121. Il y en a un de trop!

Oral :

7, 8, 9, 10, 11, 12 p. 46

En classe :

25, 28, 29 p. 47

À la maison :

37 p. 47

2. Décomposition en produit de facteurs premier

Propriété

Tout nombre entier supérieur ou égal à 2 peut se décomposer de manière unique en un produit de nombres premiers.

Méthode (DÉCOMPOSER UN NOMBRE EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS)

La méthode la plus rapide est de chercher les diviseurs premiers dans l'ordre croissant :

1. On écrit le nombre sur une ligne, à gauche.
2. Est-ce que le nombre est divisible par 2 (1^{er} nombre premier) : si non, on retente l'étape 2 avec le nombre premier suivant (ici 3, puis 5, puis 7, etc.); si oui, on ajoute $\xrightarrow{\div 2}$ ainsi que le résultat à la suite du nombre. On reprend alors l'étape 2 avec ce *nouveau nombre*, mais toujours le même facteur premier (ici 2).
3. On s'arrête lorsque l'on tombe sur 1.

Exemple : Pour trouver la décomposition en facteurs premiers de 180, on procède de la manière suivante :

$$180 \xrightarrow{\div 2} 90 \xrightarrow{\div 2} 45 \xrightarrow{\div 3} 15 \xrightarrow{\div 3} 5 \xrightarrow{\div 5} 1.$$

Réponse : on écrit alors $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ ← On recopie la liste des diviseurs premiers, autant de fois qu'ils apparaissent, éventuellement sous la forme de puissances

■ **EXERCICE :** Décomposer 1600 en en produit de facteurs premiers.

Solution : $1600 \xrightarrow{\div 2} 800 \xrightarrow{\div 2} 400 \xrightarrow{\div 2} 200 \xrightarrow{\div 2} 100 \xrightarrow{\div 2} 50 \xrightarrow{\div 2} 25 \xrightarrow{\div 5} 5 \xrightarrow{\div 5} 1$, d'où : $1600 = 2^6 \times 5^2$.

Oral :

14, 15, 16 p. 46

En classe :

2 p. 45 + 44, 47 p. 48

À la maison :

3 p. 45 + 45, 46, 48 p. 48

À la calculatrice

Pour décomposer un nombre en produit de facteurs premiers, il suffit de saisir ce nombre suivi directement des touches    (sans appuyer sur ).

3. Fractions irréductibles



Propriété

Pour rendre une fraction irréductible, on peut décomposer son numérateur et dénominateur en produits de nombre premiers, et simplifier par les nombres premiers communs.

Exemple : On va rendre la fraction $\frac{1\ 600}{180}$ irréductible. Grâce au paragraphe précédent, on peut écrire que :

$$\frac{1\ 600}{180} = \frac{2^6 \times 5^2}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5}{3 \times 3} = \frac{80}{9}$$



Remarque

La calculatrice rend déjà une fraction automatiquement irréductible, ce qui est très pratique pour vérifier le résultat, mais elle ne donnera jamais la rédaction associée à ce calcul !

Oral :
18, 23, 24 p. 46

En classe :
54, 55 p. 49

À la maison :
57, 58, 59 p. 49

Tableur : 79 p. 51 / Problème ouvert : 101 p. 54