# الامتحان الوطني الموحد - 2019 - الدورة العادية

الثانية باكلوريا علوم تجريبية

https://www.elmaths.com

https://www.facebook.com/elmaths1

## التمرين رقم 1 (3 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1,-1,-1)$ و $B(0,-2,1)$ و $C(1,-2,0)$

1 أ بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ $(0.75pt)$

ب إستنتج أن $x+y+z+1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى $(ABC)$ $(0.5pt)$

2 لتكن $(S)$ الفلكة التي معادلتها $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z+1=0$

بين ان مركز الفلكة $(S)$ هو النقطة $\Omega(2,-1,1)$ وأن شعاعها هو $R=\sqrt{5}$ $(0.75pt)$

3 أ إحسب $d(\Omega,(ABC))$ مسافة النقطة $\Omega$ عن المستوى $(ABC)$ $(0.5pt)$

ب إستنتج ان المستوى $(ABC)$ يقطع الفلكة $(S)$ وفق دائرة $\Gamma$ (تحديد مركز وشعاع $\Gamma$ غير مطلوب) $(0.5pt)$

## التمرين رقم 2 (3 نقط)

1 حل في مجموعة الاعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-2z+4=0$ $(0.75pt)$

2 في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط $A$ و $B$ و $C$ و $D$ التي الحاقها على التوالي هي : $a=1-i\sqrt{3}$ و $b=2+2i$ و $c=\sqrt{3}+i$ و $d=-2+2\sqrt{3}$

أ تحقق أن $a-d=-\sqrt{3}(c-d)$ $(0.5pt)$

ب إستنتج ان النقط $A$ و $C$ و $D$ مستقيمية. $(0.25pt)$

3 ليكن $z$ لحق نقطة $M$ و $z'$ لحق النقطة $M'$ صورة النقطة $M$ بالدوران $R$ الذي مركزه $O$ وزاويته $\frac{-\pi}{3}$

تحقق أن : $z'=\frac{1}{2}az$ $(0.5pt)$

4 لتكن $H$ صورة النقطة $B$ بالدوران $R$ و $h$ لحقها و $P$ النقطة التي لحقها $p$ حيث $p=a-c$

أ تحقق أن : $h=ip$ $(0.5pt)$

ب بين أن المثلث $OHP$ قائم الزاوية ومتساوي الساقين في $O$ $(0.5pt)$

## التمرين رقم 3 (3 نقط)

يحتوي صندوق على عشر كرات : ثلاث كرات خضراء وست كرات حمراء وكرة واحدة سوداء لا يمكن التمييز بينها باللمس.

نسحب عشوائيا و تانيا ثلاث كرات من الصندوق. نعتبر الاحداث التالية :

$A$ : "الحصول على ثلاث كرات خضراء"

$B$ : "الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون"

$C$ : "الحصول على كرتين على الاقل من نفس اللون"

1 بين أن : $p(A)=\frac{1}{120}$ و $p(B)=\frac{7}{40}$ $(2pts)$

2 أحسب $p(C)$ $(1pt)$

## التمرين رقم 4 (11 نقط)

الجزء الاول :

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x+\frac{1}{2}-\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$

و $(C)$ المنحنى الممثل للدالة في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ( الوحدة $1cm$ )

1 إحسب $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ ثم أول النتيجة هندسيا $(0.5pt)$

2 أ تحقق أن لكل $x$ من المجال $]0,+\infty[$ : $f(x)=x+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\ln x-1\right)\ln x$ $(0.25pt)$

ب إستنتج أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ $(0.5pt)$

ج بين لكل $x$ من المجال $]0,+\infty[$ : $\frac{(\ln x)^2}{x}=4\left(\frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^2$

ثم إستنتج أن $\lim_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$ $(0.5pt)$

د بين أن المنحنى $(C)$ يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ إتجاهه المقارب المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y=x$ $(0.75pt)$

3 أ بين أن لكل $x$ من $]0,1]$: $(x-1)+\ln x\leq 0$

وان لكل $x$ من $[1,+\infty[$ : $(x-1)+\ln x\geq 0$ $(0.5pt)$

ب بين أن لكل $x$ من $]0,+\infty[$: $f'(x)=\frac{x-1+\ln x}{x}$ $(1pt)$

ج ضع جدول تغيرات الدالة $f$ $(0.5pt)$

4 أ بين أن $f''(x)=\frac{2-\ln x}{x^2}$ لكل $x$ من $]0,+\infty[$ $(0.5pt)$

ب إستنتج أن المنحنى $(C)$ يقبل نقطة إنعطاف يتم تحديد زوج إحداثياتها $(0.5pt)$

5 أ بين أن لكل $x$ من $]0,+\infty[$: $f(x)-x=\frac{1}{2}(\ln x-1)^2$ واستنتج الوضع النسبي للمنحنى $(C)$ والمستقيم $(\Delta)$ $(0.5pt)$

ب أنشئ $(\Delta)$ و $(C)$ في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ $(1pt)$

## التمرين رقم 4 (11 نقط)

6 أ بين أن الدالة : $H:x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة : $h:x\mapsto\ln x$ على المجال $]0,+\infty[$ $(0.5pt)$

ب باستعمال مكاملة بالاجزاء بين أن $\int_1^e(\ln x)^2dx=e-2$ $(0.75pt)$

ج إحسب ب $\mathrm{cm}^2$ مساحة حيز المستوى المحصور بين $(C)$ و $(\Delta)$ والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$ $(0.5pt)$

الجزء الثاني :

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0=1$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

1 أ بين بالترجع أن لكل $n$ من $\mathbb{N}$ : $1\leq u_n\leq e$ $(0.5pt)$

ب بين أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تزايدية $(0.5pt)$

ج إستنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة $(0.5pt)$

2 إحسب نهاية المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ $(0.75pt)$