المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات و التوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية – خيار فرنسية
الدورة العادية 2019
- الموضوع -

NS22F

3	مدة الانجاز	الرياضيات		المادة	
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية – خيار فرنسية		الشعبة أو المسلك	

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques	11 points

- ✓ ln désigne la fonction logarithme népérien

Exercice 1 : (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A(1,-1,-1)$, $B(0,-2,1)$ et $C(1,-2,0)$

0.75 **1) a) Montrer que** $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$

0.5 **b) En déduire que** $x+y+z+1=0$ **est une équation cartésienne du plan** (ABC)

2) Soit (S) **la sphère d'équation** $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z+1=0$

0.75 **Montrer que le centre de la sphère** (S) **est** $\Omega(2,-1,1)$ **et que son rayon est** $R=\sqrt{5}$

0.5 **3) a) Calculer** $d(\Omega,(ABC))$ **la distance du point** Ω **au plan** (ABC)

0.5 **b) En déduire que le plan** (ABC) **coupe la sphère** (S) **selon un cercle** (Γ) **(la détermination du centre et du rayon de** (Γ) **n'est pas demandée)**

Exercice 2 : (3 points)

0.75 **1) Résoudre dans l'ensemble** $\mathbb{C}$ **des nombres complexes l'équation :** $z^2-2z+4=0$

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$, **on considère les points** A , B C **et** D **d'affixes respectives** $a=1-i\sqrt{3}$, $b=2+2i$, $c=\sqrt{3}+i$ **et** $d=-2+2\sqrt{3}$

0.5 **a) Vérifier que** $a-d=-\sqrt{3}(c-d)$

0.25 **b) En déduire que les points** A , C **et** D **sont alignés .**

3) On considère z **l'affixe d'un point** M **et** z' **l'affixe de** M' **image de** M **par la rotation** R **de centre** O **et d'angle** $\frac{-\pi}{3}$

0.5 **Vérifier que** $z'=\frac{1}{2}az$

4) Soient H **l'image du point** B **par la rotation** R , h **son affixe et** P **le point d'affixe** p **tel que** $p=a-c$

0.5 **a) Vérifier que** $h=ip$

0.5 **b) Montrer que le triangle** OHP **est rectangle et isocèle en** O

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient dix boules : trois boules vertes , six boules rouges et une boule noire indiscernables au toucher . On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne .

On considère les événements suivants : A : « Obtenir trois boules vertes . »

B : « Obtenir trois boules de même couleur . »

C : « Obtenir au moins deux boules de même couleur . »

2 **1) Montrer que** $p(A)=\frac{1}{120}$ **et** $p(B)=\frac{7}{40}$

1 **2) Calculer** $p(C)$.

Problème : (11 points)

Première partie :

Soit f la fonction numérique définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=x+\frac{1}{2}-\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : $1\ cm$)

0.5 1) Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ puis interpréter le résultat géométriquement

0.25 2) a) Vérifier que pour tout x de $]0,+\infty[$, $f(x)=x+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\ln x-1\right)\ln x$

0.5 b) En déduire que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.5 c) Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$, $\frac{(\ln x)^2}{x}=4\left(\frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^2$

puis en déduire que $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$

0.75 d) Montrer que (C) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite (Δ) d'équation $y=x$

0.5 3)a) Montrer que pour tout x de $]0,1]$: $(x-1)+\ln x\leq 0$

et que pour tout x de $[1,+\infty[$: $(x-1)+\ln x\geq 0$

1 b) Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$, $f'(x)=\frac{x-1+\ln x}{x}$

0.5 c) Dresser le tableau de variations de la fonction f

0.5 4) a) Montrer que $f''(x)=\frac{2-\ln x}{x^2}$ pour tout x de $]0,+\infty[$

0.5 b) En déduire que (C) admet un point d'inflexion dont on déterminera les coordonnées .

0.5 5)a) Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$, $f(x)-x=\frac{1}{2}(\ln x-1)^2$ et déduire la position relative de (C) et (Δ)

1 b) Construire (Δ) et (C) dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

0.5 6)a) Montrer que la fonction $H:x\mapsto x\ln x-x$ est une primitive de la fonction $h:x\mapsto\ln x$ sur $]0,+\infty[$

0.75 b) A l'aide d'une intégration par parties , montrer que $\int_1^e(\ln x)^2dx=e-2$

0.5 c) Calculer en cm^2 l'aire du domaine plan limité par (C) et (Δ) et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$

	Deuxième partie :
	Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de IN
0.5	1) a)Montrer par récurrence que $1 \leq u_n \leq e$ pour tout n de IN
0.5	b) Montrer que la suite (u_n) est croissante .
0.5	c) En déduire que la suite (u_n) est convergente .
0.75	2) Calculer la limite de la suite (u_n) .

Fin